УДК 72.013
DOI: 10.22227/2500-0616.2024.23.42-58

А.Н. Ковалев

ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ В АРХИТЕКТУРЕ ДРЕВНЕГО МИРА (НОВЫЙ ПОДХОД)

Предложены два архитектурно обусловленных геометрических построения, которые могли привести к введению золотого сечения в круг архитектурных методов пропорционального проектирования в IV–III тысячелетиях до н. э. Одно, связанное с пропорцией 14/11, соответствует плану шумерского Белого храма в Уруке (конец IV тысячелетия) и является наиболее вероятным источником для выделения треугольника Кеплера, который в последующем использовался в пирамидах Снофру, Хеопса и других, более поздних, XXVII–XXV вв. до н. э. Предполагается, что в шумерской цивилизации и во время строительства пирамид IV–V династий дробь 14/11 не была найдена, а использовалась пара модулей, геометрически связанных с построением треугольника Кеплера. Скорее всего, первым найденным дробным приближением к отношению катетов треугольника Кеплера было 9/7. Другое геометрическое построение, с использованием дроби 8/13 в качестве приближения к золотому сечению, применялось при планировании положения пирамид Хефрена и Микерина в Гизе. При выборе положения пирамиды Микерина также была использована дробь 9/7, которой соответствует наклон пирамиды его жены. Приведены примеры анализа пропорций в египетской архитектуре, которые говорят о применении золотого сечения в Египте до XIV в. до н. э. Дробь 14/11 и золотое сечение использовались в планах храма Аменхотепа, сына Хапу, в Карнаке (XV–XIV вв. до н. э.) и Северного дворца Эхнатона в Тель-эль-Амарне (1348 г. до н. э.). Проведен анализ некоторых дорических периптеров, говорящий об использовании золотого сечения в древнегреческой архитектуре V в. до н. э.
Ключевые слова: золотое сечение, Белый храм в Уруке, пирамиды Гизы, храм Аменхотепа в Карнаке, Северный дворец в Тель-эль-Амарне, Парфенон

A.N. Kovalev

GOLDEN RATIO IN THE ARCHITECTURE OF THE ANCIENT WORLD (NEW APPROACH)

Two architecturally determined geometric constructions are proposed, which could lead to the introduction of the golden section into the range of architectural methods of proportional design in the 4th–3rd millennia BC. It is shown that the first construction was used in distancing the pyramids of Giza relative to each other. The second, associated with the proportion 14/11, corresponds to the plan of the Sumerian White Temple in Uruk (end of the 4th millennium) and is the most likely source for the identification of the Kepler triangle, which was subsequently used in the pyramids of Snefru, Khufu's and other pharaohs of the XXVII–XXV centuries BC. It is assumed that in the Sumerian civilization and during the construction of the pyramids of the IV–V dynasties, the fraction 14/11 was not found, but a pair of modules were used, geometrically connected by the construction of the Kepler triangle. Most likely, the first fractional approximation found to the ratio of the legs of Kepler's triangle was 9/7, which was used in the slope of the pyramid of Menkaure's wife at Giza. The fraction 14/11 and the golden ratio were used in the plans of the temple of Amenhotep, son of Hapu, at Karnak (XV–XIV centuries BC) and the Northern Palace of Akhenaten at Tel el-Amarna (1348 BC). Arguments and examples are given regarding the use of the golden ratio in ancient Greek architecture of the 5th century BC.
Keywords: golden ratio, White Temple in Uruk, pyramids of Giza, Temple of Amenhotep in Karnak, Northern Palace in Tel el-Amarna, Parthenon

ВВЕДЕНИЕ

Пропорция, задаваемая отношением $1/\phi = \phi/(1-\phi)$, называется золотым сечением или числом Фидия ($\varphi = (\sqrt{5} - 1)/2$) по имени древнегреческого скульптора V в. до н. э., который, по утверждению А. Цейзинга («Эстетические исследования», 1854–1855 гг.), использовал его при создании скульптур для Парфенона. XX в. отметился обнаружением и утверждением роли золотого сечения не только в древней и средневековой архитектуре, где среди исследователей можно отметить И.В. Жолтовского, Н.И. Брунова, Г.Д. Гримма, И.Б. Михайловского, В.Н. Владимирова, К.А. Афанасьева, В.Е. Быкова, Б.А. Рыбакова, но и в живописи, иконописи, поэзии и музыке. Многие архитекторы стали пользоваться им как инструментом в своих проектах (А. Буров, И. Жолтовский, Б. Иофан, «Модулор» Ле Корбузье). Но к началу XXI в. оформилось общее критическое отношение к утверждениям о нахождении золотой пропорции в архитектуре и искусстве до XVII в., основанным на приближенных оценках и возможных случайных совпадениях. В 2003 г. на конференции по средневековой архитектуре большинство исследователей пришло к выводу, что в Средние века золотое сечение не использовалось в ней (*Ad Quadratum* 2003). Поскольку в истории искусств неизвестно ни одного письменного источника до XVII в., где говорилось бы о применении этой пропорции в архитектуре, скульптуре или живописи, то историк математики А.И. Щетников предположил, что оно и не использовалось в них, а было выделено только в геометрии и в космологии в связи с утверждением во времена Пифагора в устройстве Вселенной особой роли додекаэдра (*Щетников* 2007). Щетников пошел дальше и утверждает, что отсутствие соответствующих письменных источников говорит, скорее всего, о неиспользовании золотого сечения в качестве эстетического начала или композиционного деления пространства ни в архитектуре, ни в скульптуре, ни в живописи до конца эпохи Возрождения (*Щетников* 2007: 39). Аналогичной точки зрения в адрес древнегреческого искусства придерживался и историк архитектуры из Новосибирска А.В. Радзюкевич, отмечая живучесть «золотого мифа», где желание открыть секрет красоты и гармонии оказывается сильнее аргументов и фактов, говорящих против ее использования (*Радзюкевич* 2014: 163). Параллельно утверждалось, что представление об использовании в Древнем мире золотого сечения — анахронизм, некорректная экстраполяция в далекое прошлое сравнительно недавно, начиная с эпохи Просвещения, образованного в науке подхода, развитие которого привело в последующем к появлению ощущения об отсутствии особых трудностей в достижении соответствующих знаний, возникших на основе привычного использования развитого математического аппарата с алгебраизацией геометрии (*Rossi* 2003: 60–86).

Переход к мнению о неиспользовании золотого сечения отчасти связан с возросшим уровнем требований к математической обработке полученных при обмере произведений искусства результатов, осознанием факта возможности случайных совпадений, вариативности реконструкций, когда пропорции 5/8, 8/13, 11/18 и другие приближения к φ могут появиться без всякой связи с золотым сечением. Так, равнобедренный треугольник с высотой в 3 у.е., построенный на «священном египетском» (3, 4, 5), задает ряд длин — 3, 5, 8, которые являются последовательными числами Фибоначчи. Взятие этого треугольника за базовый и последующий перенос его бокового ребра может привести к появлению в построении пропорций 5/8 и 8/13 без всякой связи с золотым сечением.

Самым известным, но все еще спорным, примером его применения в Древнем мире является Великая пирамида, у которой отношения апофемы к половине основания равно 89/55, а высоты к половине основания — 14/11. 89/55 и 14/11 — *подходящие дроби*[1] для Φ и $\sqrt{\Phi}$ соответственно ($\Phi = (\sqrt{5} + 1)/2$). При ее историко-математическом анализе Щетниковым был предложен вариант реконструкции с алгоритмом нахождения дробей 89/55 и 14/11 (*Щетников* 2009). Основным поводом считать, что

[1] Наилучшее приближение в виде дроби к заданному нецелому числу. Всякая дробь с меньшим знаменателем имеет худшее приближение.

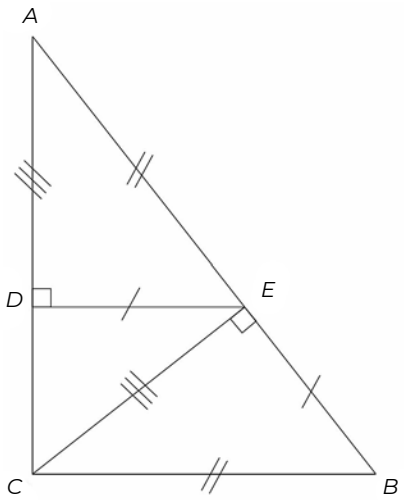

Рис. 1. Треугольник Кеплера, AB/AC = AC/CB; AB = Ф · CB; ΔADE = ΔCEB (чертеж автора)

дробь 89/55 была найдена, является равенство половины основания 55 египетским оргиям[2]. Щетников выбор древними египтянами треугольника Кеплера[3] в качестве каркасного (половина основания – высота – апофема) объяснял геометрическим свойством, делающим его уникальным среди других прямоугольных треугольников, когда Δ*ADE* = = Δ*CEB* (рис. 1).

Но при обнаружении древними египтянами этого свойства естественно ожидать выделение в пирамиде уровня *DE*, делящего высоту *AC* в золотом сечении (*CD*/*AC* = φ²), что не наблюдается в ней. В российской истории архитектуры наиболее принята версия Прейса, основанная на свойстве треугольника Кеплера: его стороны образуют геометрическую прогрессию (*ВИА* 1970: 145). Этой же версии придерживаются и А.В. Радзюкевич с Ю.Г. Марченко, справедливо отмечая, что легко проверить равенство гипотенузы треугольника при равенстве его катетов 11² и 11 · 14, примерно 14² (*Радзюкевич* 2015). Но эта проверка предполагает или знание теоремы Пифагора, или качественный чертеж с основанием в 121 у.е. В последнем случае следовало бы ожидать, что длина основания Великой пирамиды будет пропорциональна 121, что не наблюдается. И каким образом в XXVII в. до н. э. египтяне смогли построить прямоугольный треугольник с геометрической прогрессией сторон, чтобы эмпирически определить, что отношение их катетов равно примерно 14/11?

В западной истории архитектуры господствует мнение, что Великая пирамида проектировалась, скорее всего, без всякой связи с каким-либо свойством золотого треугольника, просто ее *секед* равен 22 пальца (*Rossi* 2003: 215, 216). Согласно математическим папирусам начала II тысячелетия до н. э., наклон пирамиды в древнем Египте определялся при рассмотрении треугольника, подобного каркасному, с высотой в 1 царский локоть (*rc*), где секед — длина горизонтального катета такого треугольника, что стало основой анализа всех настоящих пирамид (*Rossi* 2003: 185–188). В рамках развиваемого ранее взгляда, что число 22 являлось религиозно выделенным в архитектуре[4], как минимум, с начала III династии (*Ковалев* 2021), эта версия выглядит самой простой и потому наиболее реалистичной. Но выбор наклона просто по количеству пальцев секеда, без какого-либо математического смысла, который найден во всех остальных пирамидах того времени, представляется преуменьшением замысла архитектора Великой пирамиды. Тем более, что в то время наклон боковых граней пирамид, скорее всего, еще не определяли секедом, поскольку:

- царский локоть появился только перед строительством Розовой пирамиды Снофру, у которой секед не равен даже целому числу полупальцев, т.е. «плохой» (Ibid);
- пирамида Хефрена, несмотря на ее секед в 21 палец, могла быть построена без его использования, поскольку ее высота, 480 *dsr* (*dsr* = 4/7 *rc*), не была равна целому числу царских локтей (*Щетников* 2009);
- наклон пирамиды Микерина, 5:4 (*Лауэр* 1966: 218), как и многих более поздних пирамид, плохо выражается в секеде.

[2] Оргия равна 4 царским локтям (*rc*), *rc* = 7 пальмам (ладоням) или 28 пальцам.

[3] Прямоугольный треугольник, у которого стороны образуют геометрическую прогрессию (1, √Ф, Ф).

[4] Число 22 могло быть символом жреческого объединения Египта: 10 + 1 жрецов Верхнего Египта, 10 + 1 жрецов Нижнего Египта. Во времена Джосера «один [стоящий] над десятью» был Хесира, в мастабе которого было 11 деревянных панелей, изображающих его открытия, должности и звания.

Более того, привычка египтологов стараться выразить наклон пирамид через секед, как будет показано в основной части этой статьи, часто является преградой в определении истинного наклона.

Общий вывод западной истории архитектуры неутешителен и соответствует общей тенденции последних десятилетий: *абсолютно убедительных примеров использования золотого сечения в искусстве Древнего Египта до эпохи Птолемеев на сегодняшний день нет* (*Rossi* 2003: 28–56). Особенно стоит отметить отсутствие построения, которое могло бы объяснить введение его в архитектуру Древнего мира. Относительное исключение из неубедительных результатов поиска золотого сечения в египетском искусстве составляет анализ изображения на восточной стене гробницы жреца Петосириса (около 300 г. до н. э.), выполненный Робертом Лоулором (*Lawlor* 1982: 54, 55). На нем отношение высоты и основания прямоугольного треугольника равно Ф ($(\sqrt{5}+1)/2$) и в рисунке есть элементы, поддерживающие неслучайность этого факта.

Поскольку представление, что в искусстве Древнего мира использовалось золотое сечение, впервые появилось по отношению к скульптурам Фидия, украшавшим храм Парфенона, то неудивительно, что эту пропорцию находили как в архитектуре этого храма, так и его расположении в Акрополе (Жолтовский). В частности, он считал, что общая высота храма разбивается нижней линией антаблемента в золотом сечении. Шевелев писал о подчинении пропорций Парфенона $\sqrt{5}$ и $\sqrt{5}+1$ (*Шевелев* 1986: 82–90). Но более точный анализ показал, что в основных пропорциях использовался не иррациональный $\sqrt{5}$, а дробь 9/4, которой равны L/l (ε = 0,07 %), h/l (ε = 0,06 %) и D/d (ε = 0,1 %), где L и l — длина и ширина стилобата; h — высота ордера; D — шаг между рядовыми колоннами (межосное расстояние) и d — диаметр колонны у основания. При этом пока нельзя однозначно сказать, использовалась ли она как приближение к $\sqrt{5}$, или как $(3/2)^2$, в развитии идеи об архитектурном воплощении Пифагорова лада, которой более-менее соответствует храм Зевса в Олимпии (*Ковалев* 2023), или как композиция этих двух фактов. К этому следует добавить, что некоторые из других пропорций Парфенона, якобы говорящие об использования золотого сечения, являются случайными совпадениями[5]. Поэтому неудивительно, что историки архитектуры обходятся в своих реконструкциях этого храма без золотого сечения (*Радзюкевич* 2004; *Brigo* 2008). Между тем некоторые пропорции храма толкают принять, что $\sqrt{5}$ и его производные все-таки применялись. Так, например, $h_a:h$, где h_a — высота антаблемента, и уклон фронтона (tgα) равны 0,24 или $\sqrt{5}-2=\varphi^3$ при взятии для $\sqrt{5}$ дроби 56/25, естественной в рамках десятичной системы. Что оставляет вопрос об использования φ в этом храме открытым.

ОСНОВНЫЕ ЗОЛОТЫЕ ПОСТРОЕНИЯ

Возможное использование золотого сечения в искусстве Древнего мира до Пифагора не говорит однозначно о выделении числа Фидия с пониманием его особой формообразующей роли. Но в начале есть смысл просто удостовериться, что геометрические построения, явно или неявно связанные с золотым сечением, использовались тогда. Начнем с вопроса: каким образом в рамках приемов архитектурного проектирования древнего мира золотое сечение могло войти в архитектуру?

Вписывание квадрата *ABCD* в полукруг является одним из двух источников для введения пропорции $\sqrt{5}$:1 в архитектуру (рис. 2). Построение прямоугольника *GEPK* ($GE:GK=\sqrt{5}$) и выделение *GBCK* приводит к появлению «золотого прямоугольника», поскольку GB/BC = Ф. В этом

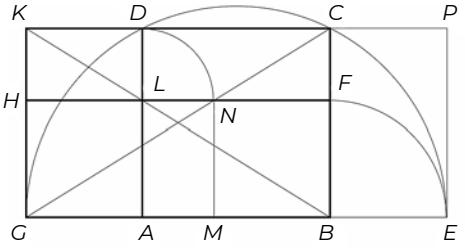

Рис. 2. Первое золотое построение и его свойства (чертеж автора)

[5] В частности, равенство отношения длины ствола колонны к ширине стилобата 0,31 — хорошему приближению к $1/(\sqrt{5}+1)=\varphi/2$ — случайное совпадение, поскольку это отношение полностью определяется другими заданными пропорциями. Но остается вопрос, заметили это совпадение или нет архитекторы храма, и могли ли они придавать таким совпадениям особое значение.

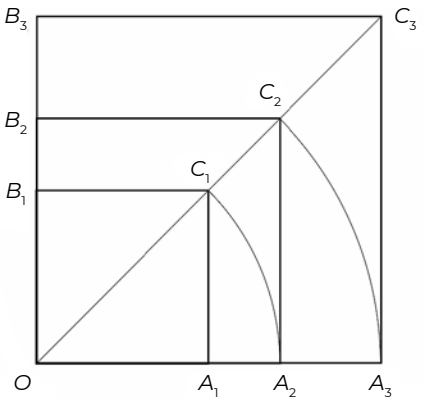

Рис. 3. Пропорциональное построение (гробница фараона Менеса, Негада, XXX в. до н. э.) (чертеж автора)

случае пропорция φ могла появиться в архитектуре без изначального понимания ее особых свойств. Достаточно было только выделить одну сторону этого построения.

Возможно, первым свойством, которое выделило золотой прямоугольник, является пропорциональность прямоугольников *GADK* и *GBCK*. То есть *вырезание в золотом прямоугольнике квадрата оставляет прямоугольник, подобный исходному*. Самый простой путь к этому: построение *FH*, появление квадрата *GALH*, построение диагонали *KB*, узнавание ее прохождения через точку *L*, построение дуги *DN*, проведение диагонали *GC*, узнавание ее прохождения через точку *N*, утверждение о равенстве прямоугольников *GMNH* и *GADK*. Отметим, что архитектору III–II тысячелетий до н. э. не надо было доказывать себе верность каких-либо находок, он доверял визуальным результатам качественно исполненного на большой площади с помощью веревки построения.

Второй путь появления золотой пропорции связан с методами построения пропорциональных прямоугольников в архитектуре, используемыми еще в IV тысячелетии до н. э. Стартуя с квадрата и его удвоения, архитектура Египта сочетает и развивает различные варианты построения пропорциональных фигур, основанные на переносе диагонали прямоугольника на горизонталь, с сохранением положения одной ее точки в вершине (выбор размера большего прямоугольника по диагонали меньшего). «Особенность… построения последовательно увеличивающихся прямоугольников при помощи диагоналей заключается в том, что большие величины (диагонали) оказываются следствием меньших величин — сторон квадрата или прямоугольников. Поэтому в ранних памятниках построение должно было идти от части к целому» (*ВИА* 1970: 139). Последовательный перенос диагоналей квадрата обнаруживается при анализе гробницы в Негада XXX в. до н. э., принадлежащей I династии (*ВИА* 1970: 140, рис. 137, 138) (рис. 3).

Если мы возьмем любой прямоугольник и начнем последовательно сносить диагональ, увеличивая размеры пропорциональных прямоугольников, как это было принято в Древнем Египте, то получим последовательность членов геометрической прогрессии: $OA_1 : OA_2 = OC_1 : OC_2 = OA_2 : OA_3$ или $OA_2^2 = OA_1 \cdot OA_3$. Если возводить трехнефный храм, используя прием пропорционирования рис. 3, то надо найти такой прямоугольник, последовательный перенос диагонали которого привел бы к равенству $OA_1 = A_2A_3$ (рис. 4).

Введем обозначения $OA_1 = a$, $OC_1 = c$ и $A_1C_1 = b$. Из подобия Δ-ков OA_1C_1 и OA_2C_2 и $OA_1 = A_2A_3$ получаем: $c/a = (c + a)/c$. Или:

$$c^2 - c \cdot a = a^2. \qquad (1)$$

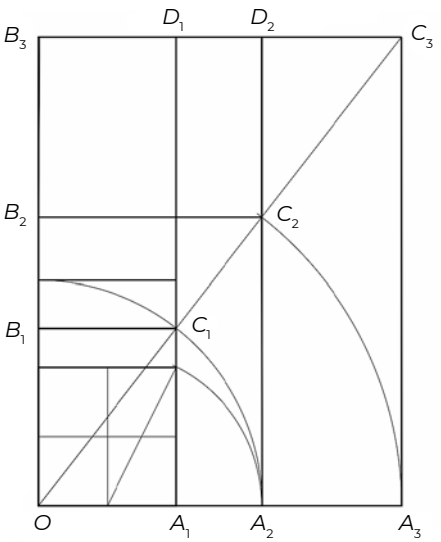

Рис. 4. Пропорциональное построение с $OA_1 = A_2A_3$. Треугольник OA_1C_1 — Кеплера, $OA_2 = Ф \cdot OA_1 = \varphi \cdot OA_3$; $OB_1 = \sqrt{Ф} \cdot OA_1$; $OB_1 = \varphi \cdot OB_2$; $OB_2 = \varphi \cdot OB_3$ (чертеж автора)

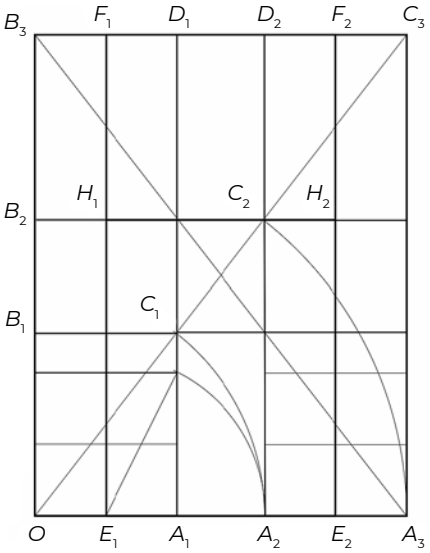

Рис. 5. Развитие второго золотого построения. $A_1A_2 = \varphi^2 \cdot E_1E_2$ (чертеж автора)

Как хорошо известно, решение этого уравнения: c/a = Ф. Стоит только добавить пару дополнительных линий C_1D_1 и C_2D_2, и мы обнаружим, что перед нами почти идеальное деление прямоугольного пространства храма на три нефа, где равные между собой боковые нефы получаются шире центрального: $OA_1 = Ф \cdot A_1A_2$. Назовем его *вторым золотым построением*. Через него в архитектуру Древнего мира и могли прийти треугольник Кеплера и пропорция 14/11.

Уравнение (1), возможно, первое квадратное уравнение в истории математики, вызванное к жизни архитектурными потребностями. Если мы знаем теорему Пифагора, то из (1) следует, что $b^2 = c \cdot a$ — второй катет ΔOA_1C_1 — среднегеометрическое из основания и гипотенузы. То есть стороны ΔOA_1C_1 образуют геометрическую прогрессию.

Но для большинства храмов Древнего мира боковые нефы в этом построении получаются непропорционально большими, поэтому могло произойти его развитие (рис. 5). Если внешние стены пустить по отрезкам E_1F_1 и E_2F_2, то боковые части уменьшатся в два раза и ширина центрального нефа (A_1A_2) станет равной $\varphi^2 \cdot E_1E_2$. При этом $E_1F_1/E_1E_2 = Ф^{3/2} \approx$ $\approx 35/17$, а $E_1H_1/E_1E_2 = \sqrt{Ф} \approx 14/11$. Проект храма мог вписываться в прямоугольники $E_1F_1F_2E_2$ и $E_1H_1H_2E_2$.

МЕСОПОТАМИЯ

В Месопотамии золотая пропорция могла выделиться еще в шумерской цивилизации. Белый храм в Уруке, построенный в конце IV тысячелетия до н. э., имел размеры приподнятого основания 17,5 на 22,3 м, для отношения которых есть подходящая дробь 14/11 (ε = 0,12 %). К северу от храма, на террасе, есть остатки площадки для огня шириной около 2,2 м и длиной 2,8 м, имевшей ту же пропорцию. Второе золотое построение качественно соответствует Белому храму. Если взять за исходные размеры видимого основания храма, то линии A_1D_1 и A_2D_2 проходят по линии внутренних стен (рис. 6). При этом линия B_2C_2 достаточно точно разделяет постамент для статуи бога и соединенную с ним чашу для подношений.

Но как в IV тысячелетии до н. э. могли построить треугольник Кеплера? Появиться треугольник OA_1C_1 мог двумя способами, приведенными на рис. 4, но, скорее всего, — из прямоугольника *первого золотого построения* в результате переноса большей его стороны. Но тогда придется признать, что оно появилось раньше, и наиболее вероятный путь его получения — стартуя с вписанного в полукруг квадрата.

Как возвести Белый храм, зная второе золотое построение? Можно было

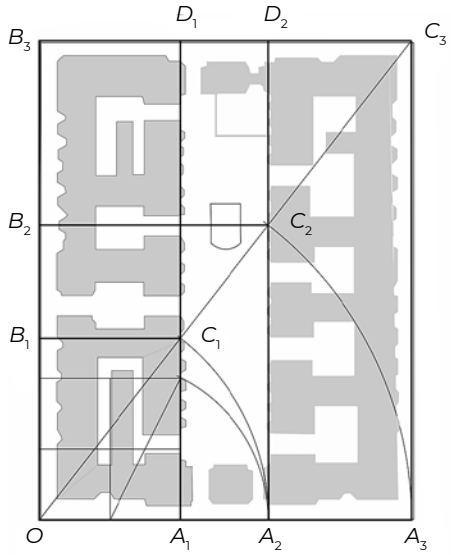

Рис. 6. Белый Храм в Уруке. Соединение с чертежом рис. 4 по основанию храма. $A_1A_2 = \varphi^3 \cdot OA_3$; $OA_1 = \varphi^2 \cdot OA_3$ (чертеж автора)

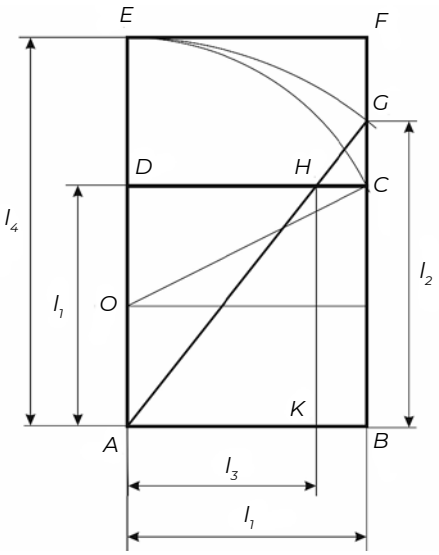

Рис. 7. Построение треугольника Кеплера (ABG) и мерные модули. AB/BG = BG/AG (чертеж автора)

использовать веревочный метод, но в контексте возникновения в Египте во времена фараона Джосера (III династия, XXVII в. до н. э.) мерных модулей, связанных пропорцией 14/11 (*Ковалев* 2021), интересен модульный подход. Если исходить из него, то надо создать комплект модулей l_1–l_4, изображенный на рис. 7. Тогда при OA_3, равном nl_2, OA_2 = = A_1A_3 = nl_3, OB_2 = nl_1, а OB_3 = nl_4. На первый взгляд, это построение представляется достаточно сложным для IV тысячелетия и мог реализовываться промежуточный вариант, когда размеры основания всего храма определяются с использованием двух модулей l_1 и l_2, а разметка храма делается на месте с помощью веревки в обратном порядке, стартуя с проведения диагонали OC_3 и дуги A_3C_2 (рис. 7). При этом, скорее всего, в то время в Шумере дробь 14/11 еще не могла быть найдена, а использовались геометрически связанные мерные модули, отношение которых в современном анализе дают эту дробь.

ЕГИПЕТ

Равенство основания и апофемы каркасного треугольника Великой пирамиды 55 и 89 египетских оргий, отношение которых является подходящей дробью для Ф, требует или нахождения способа их получения, или доводов за случайность этого совпадения. Щетников предлагает вариант появления дроби 123/55 для √5, которой соответствует Ф = 89/55, на первый взгляд, несколько сложный для математики XXVII в. до н. э. (*Щетников* 2009). Проще она получается как среднее арифметическое между двумя «сопряженными» дробными приближениями к √5: 11/5 (a_1) и 25/11 (a_1^*) ($a_1 \cdot a_1^* = 5$). Потом Щетников предполагает вычисление Ф и приравнивание половины основания 55 оргиям, что дает длину апофемы 89 оргий. Высота в 70 оргий находится или из теоремы Пифагора ($55^2 + 70^2 = 89^2 + 4$), или как приближенное среднегеометрическое:

$$\sqrt{55 \cdot 89} = \sqrt{4900(1 - 5/196)} \approx 70.$$

Но если этот путь математика того времени не могла осилить, то нет никаких оснований считать, что дробь 14/11 могла быть эмпирически найдена во времена строительства Белого храма и пирамиды Снофру в Мейдуме, поскольку еще не существовало локтя, деленного на 28 пальцев[6] (*Ковалев* 2021). Тогда, скорее всего, использовались два модуля, геометрически связанных отношением, равным √Ф. Во времена фараона Джосера был введен мерный модуль (mH_4[7]), в √Ф раз меньший основного мерного модуля Хесира (mH_1 = 63,3 ± 0,3 см), а в случае пирамиды Снофру в Мейдуме — модуль (mS_4), в √Ф раз больший основного (mS_1 = 65,6 см). Отметим, что обмеры не дают выбрать: дробь 14/11 или геометрически связанные два модуля, поскольку 14/11 отличается от √Ф всего на 0,056 %.

Основание Великой пирамиды равно 440 *rc*, а числа, кратные 22, могли использоваться в архитектуре того времени без всякой связи с дробью 89/55. 440 у.е. равна ширина погребального комплекса Джосера, 220 у.е. — основание пирамиды Снофру в Мейдуме (*Ковалев* 2021). Тогда и во времена Хеопса могли использовать модуль, определенный чисто геометрически, в √Ф раз больший царского локтя, без знания дроби 14/11. Четыре пирамиды, построенные почти сразу после Великой — ее спутница и жен Хеопса, имеющие тот же

[6] В Месопотамии в III тысячелетии до н. э. использовался локоть, деленный на 30 частей.

[7] mH_n: m — модуль; H — Хесира; n = 1 — основной; n = 2, 3, 5 — дробь для √n; n = 4 – √Ф.

наклон, что и у Великой, поддерживают вариант двух модулей — длины их оснований в царских локтях (*Rossi* 2003: App.) не кратны 11 и не являются круглыми числами в модуле в 22 пальца[8], что, ожидаемо, должно было бы выполняться, если они были бы построены с помощью секеда в 22 пальца. Но длина основания пирамиды первой жены Хеопса, 49,5 м (*Замаровский* 1981: 284), равна 100 mH_4. То есть ее высота равна 50 mH_1. А это говорит об использовании пары модулей (mH_1, mH_4), созданных не позднее начала III династии[9], когда, скорее всего, еще не была определена дробь 14/11, а значит, геометрически связанных пропорцией √Ф. Отметим, что и длины оснований трех пирамид V династии, имеющих, как считается, такой же уклон, выраженные в царских локтях (10, 50, 150), не кратны 11 (*Rossi* 2003: App.).

Если исходить из построения рис. 7, то для нахождения дроби 14/11, при равенстве стороны *AB* исходного квадрата одному царскому локтю в 28 пальцев, необходимо обнаружить, что *AK* равно 22 пальца, что предполагает достаточно изощренное мышление. Между тем именно этим путем, скорее всего, был определен модуль mH_4 времен Джосера, но mH_1 был равен 8 ладоням (*Ковалев* 2021), что не дало найти эмпирически дробь 11/14. Во времена Хеопса искался модуль, в √Ф раз больший царского локтя (*BG* (см. рис. 7)), и при прямом измерении BG в пальцах, когда *AB* равно 28 пальцам, получим приближение — 36 пальцев, что дает для *BG*/*AB* дробь 9/7, которая отличается от 14/11 на 1,0 %. Дробь 9/7 является подходящей для наклона пирамиды жены Микерина в 52,25° (GIIIa) (*Rossi* 2003: App.) (ε = 0,45 %), но, давая «плохой» секед, она окончательно так и не принята до сих пор. Отметим, что этот же наклон был определен и для пирамидиона этой пирамиды, но, давая «плохой» модуль в царских локтях/ладонях, он также окончательно не принят (*Janosi* 1992: 302). Обычно длину основания пирамиды жены Микерина приравнивают 84 *rc* (*Rossi* 2003: App.). Но если длину ее основания, 44,3 м (*Замаровский* 1981: 293), поделить на 84, получим *rc* = 52,74 см, что достаточно сильно отличается от стандартных значений в 52,35 ± 0,15 см, чтобы сомневаться в его использовании. Но она равна 70 основным мерным модулям Хесира (mH_1) по 63,3 см. Отметим, что длина основания пирамидиона равна mH_3, а высота — 1/2 mH_5, где mH_3 и mH_5 — мерные модули Хесира (mH_3 = = 7/4 mH_1 и mH_5 = 9/4 mH_1) (*Ковалев* 2021), что поддерживает представление об использовании модулей Хесира и в самой пирамиде. Тогда длина половины основания пирамиды жены Микерина равна 5 · 7 mH_1, а высота 5 · 9 mH_1, и

$$(5 \cdot 7)^2 + (5 \cdot 9)^2 = 57^2 + 1. \qquad (2)$$

Апофема пирамиды с хорошей точностью равна 57 mH_1 (ε = 0,015 %). Отметим, что для пирамиды Микерина Щетниковым была найдена квазипифагорова тройка (20, 25, 32) (*Щетников* 2009):

$$(4 \cdot 5)^2 + (5 \cdot 5)^2 = 32^2 + 1. \qquad (3)$$

Среди предметов искусства с пропорцией 14/11 выделяется «Гроб Сенби» (1918–1859 гг. до н. э.) с высотой и шириной 70 на 55 см (28 × 22 больших пальца), что хранится в Кливлендском художественном музее. Его размеры однозначно говорят, что к тому времени дробь 14/11 была найдена. Такую пропорцию имеют и размеры Северного дворца Эхнатона в Тель-эль-Амарне (1348 г. до н. э.). Его размеры, видимо, равны 70 × 55 оргий по 209,6 см (52,4 · 4 см)[10]. При этом он лучше всего вписывается в прямоугольник $E_1H_1H_2E_2$ рис. 5. Внутреннее пространство дворца разделено на восточный квадрат жилых помещений, западная граница которого проходит по внешней северо-западной границе жилой части, внешней границе моста через дорогу и внешней юго-западной границе парадной части, и на западный прямоугольник парадной части. Пропорции его некоторых помещений, вместе с центральным садом,

[8] Если предположить, что существовал модуль в 22 пальца (m_4), то пирамида-спутница Великой будет иметь длину основания 51 $m_4 \approx 40$ *rc*.

[9] Гипотеза о существовании модуля $mH_4 = 11/14 \cdot mH_1$ в начале III династии, появившаяся на основании анализа доски из погребального комплекса Хесира (*Ковалев* 2021), подтверждается использованием пары (mH_1, mH_4) в пирамиде жены Хеопса, что одновременно говорит о большой вероятности его применения и в III династии.

[10] Как размеры каркасного треугольника Великой пирамиды.

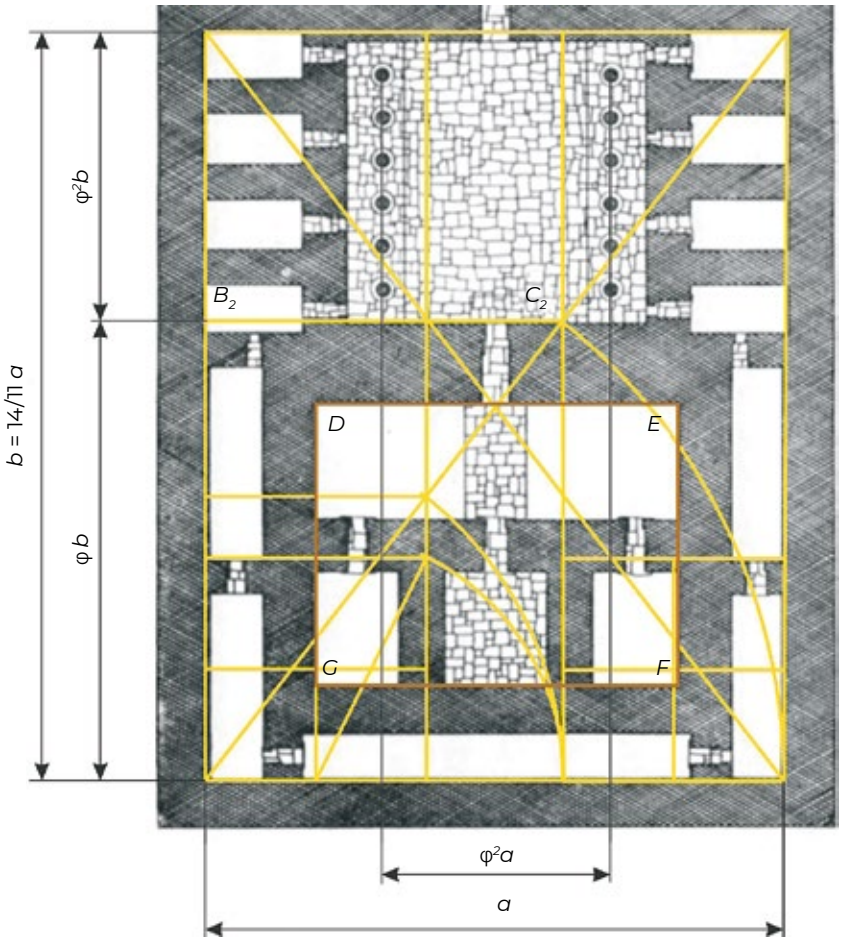

Рис. 8. Часть храма Аменхотепа (сына Хапу) в Карнаке. Пропорция 14:11 и золотое сечение (чертеж реконструкции плана (Михаловский 1970))

равны 4:3 и, скорее всего, являются отсылкой к священному египетскому треугольнику (3, 4, 5), а некоторых — близки к φ (не менее 4 помещений, в том числе юго-западная комната парадной части), у одного (тронного, в центре западной парадной части) — к √3, у другого (северо-западное помещение парадной части) — к √2[11].

Пропорции интерьера дальней от входа части храма Аменхотепа, сына Хапу, в Карнаке (XV–XIV вв. до н. э.) также равны 14:11 (рис. 8). Видно, что по вертикали план экстерьера явно разделен в золотой пропорции (отрезок B_2C_2). При этом присутствуют линии поддержки существования как исходного квадрата, так и деления его по вертикали. В план интегрирован еще один прямоугольник с пропорцией 14/11 — *DEFG*[12]. Выделение по центру $\varphi^2 a$ говорит о том, что проект, возможно, вписывался и в прямоугольник $E_1H_1H_2E_2$ рис. 5. При этом положение линии B_2C_2 займет B_1C_1.

А как с применением первого золотого построения? Хронологически первым претендентом на возможное использование приближенной дроби для золотого сечения является погребальная камера визиря Хемаки с отношением сторон 8:5, мастаба которого имеет пропорцию 11:5 (XXX в. до н. э.) (*ВИА* 1970: 45). Поскольку при использовании дроби 11:5, приближения для √5, найденно-

[11] Для более полноценного анализа необходимы чертежи с обмерами, которыми автор не располагает.

[12] Для продолжения его анализа необходимы чертежи с обмерами, которыми автор не располагает.

го в Раннем царстве, получим Ф = 8/5. Но считается, что прямоугольник с отношением сторон 5/8 и вписанный в него равнобедренный треугольник с этим же отношением высота/основание, который знаменитый французский историк архитектуры Виолле-ле-Дюк назвал «египетским», настолько часто он встречается там, могли появиться как результат реализации чувства равновесия формы (*Arnheim* 1977). Такое предпочтение существовало, потому что отношение, приближающееся к центрической симметрии квадрата, не дает преимущества ни в одном направлении и, следовательно, выглядит как статическая масса; тогда как слишком большая разница в двух измерениях подрывает равновесие: более длинное измерение лишено противовеса, обеспечиваемого более коротким. Соотношение, приближающееся к золотому сечению, позволяет форме оставаться на месте, придавая ей естественное живое напряжение (*Ibid*). Это освобождает от необходимости искать математические основания для появления этой пропорции, но не говорит, что этих оснований точно не было.

Историки архитектуры связывают происхождение равнобедренного треугольника с отношением высота/основание, равным 5:8 (возможный первый случай применения — пирамида Микерина), с сечением пирамиды по ребрам, при наклоне боковой грани в √3, когда сечение по апофеме дает равносторонний треугольник (*Rossi* 2003: 11, 12). Но таким образом «египетский треугольник» получается только теоретически, при использовании для наклона дроби 7/4, и 7/5 *при расчете* √2. В реальности треугольник 5:8 *никогда* не образуется в сечении по диагонали основания, если задавать наклон грани известными приближениями для √3. Действительно, при использовании для сечения по апофеме равностороннего треугольника отношение высоты пирамиды к диагонали основания (h/d) равно √3/(2√2), для которого есть подходящие дроби 8/13 и 11/18 < φ < 5/8. При задании наклона пирамиды в 7/4 h/d равно 7/(8√2), для которого есть подходящая дробь 21/34 < φ. Да и применение пропорции 5/8 в прямоугольнике, в который всегда можно вписать соответствующий равнобедренный треугольник, до эпохи пирамид говорит о другом пути ее появления. И если Лауэр правильно определил наклон пирамиды Микерина, то египетский треугольник появился раньше пирамиды с наклоном в 7/4, первая претендентка на который относится к V династии (*Rossi* 2003: App.). Эти факты оставляют вопрос об истории появления дроби 5:8 открытым. Но появление дробей 8/13, 11/18 и 21/34[13] в этом рассмотрении без всякой связи с золотым сечением заставляет быть осторожнее в интерпретациях.

После нахождения дроби 9/4 для √5 получающееся приближение 5/8 для φ могло поддержать выбор этой пропорции, если даже она была введена ранее без связи с золотым сечением, и увеличить частоту ее использования. А «египетский треугольник» мог появиться в результате вписывания его в соответствующий прямоугольник, с пониманием, что 5/8 — дробное приближение к φ. Представление, что пропорция 5/8 могла появиться без связи с золотым сечением, основано на отсутствии как убедительных находок с золотым сечением, так и понимания пути его включения в архитектурный инструментарий. После обретения последнего, особенно после подтверждения использования первого золотого построения в архитектуре, ситуация может кардинально измениться, и представление о выборе пропорции 5/8, исходя из чувства динамической уравновешенности или переноса, стартующего с удвоенного до равнобедренного египетского треугольника (3, 4, 5), станет менее предпочтительным, чем ее непосредственная связь с золотым сечением. Нахождение пирамиды с отношением высота/основание (h/a), равным 8/13, — второй шаг в уточнении золотой пропорции — поддержало бы эту версию. И такая пирамида есть. Это хорошо сохранившаяся пирамида Сахура, фараона из V династии (XXV–XXIV вв. до н. э.), в Абусире, с наклоном в 50° 54’ (*Ibid*). Для тангенса этого угла есть подходящая дробь 16/13 (ε = 0,02 %, α = 50° 54’ 22”), что дает h/a = 8/13. Склонность египтологов представлять длины основания пирамид (a), по возможности, в круглых числах царских локтей, а наклон — в секедах, привела к утверж-

[13] 5/8, 8/13, 13/21, 21/34, … — подходящие дроби для φ.

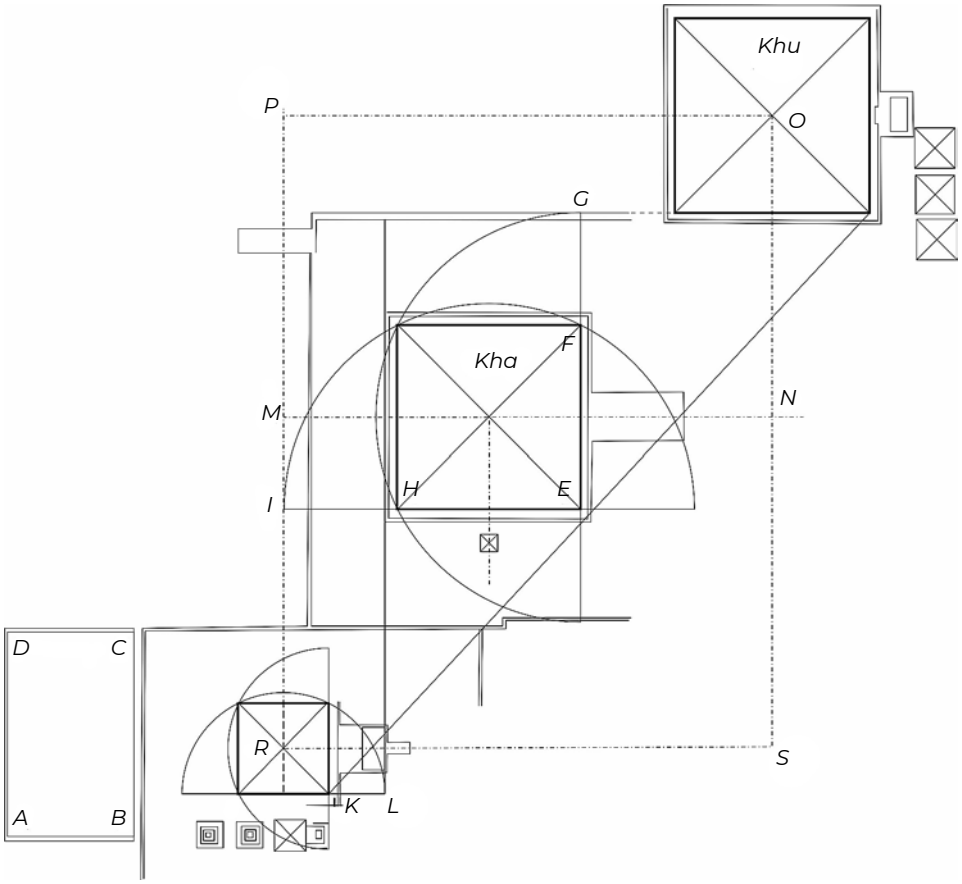

Рис. 9. Анализ комплекса пирамид Гизы. Khu — пирамида Хеопса, Kha — Хефрена (чертеж автора)

дению, что *a* = 150 *rc*, а ее секед равен 23 пальца (*Ibid*) или *h*/*a* — 14/23, что имеет в 30 раз большую погрешность чем 8/13. Отметим, что 150 не делится на 23, и ее высота не равна целому числу царских локтей. При *a* = 78,1 м (*Замаровский* 1981: 344) получается *rc* = 52,0 см, которое выходит за пределы в настоящее время принятых границ для царского локтя. Между тем *a* = 260 *dsr* при *dsr* = 30,0 см, соответствующем *rc* = 52,5 см. То есть *a* в *dsr* делится на 13, что поддерживает утверждение об использовании дроби 16/13 для наклона, при этом *h* и *a*/2 равны 160 и 130 *dsr*.

Гранитная крышка саркофага в мастабе 17, расположенной рядом с пирамидой Снофру в Мейдуме и относящейся к началу IV династии, не совпадает по ширине и длине с размерами самого саркофага, будучи несколько уже и длиннее его — 56,5 на 91,2 дюйма (*Hamilton* 2017: 43). Это отклонение можно объяснить сознательным выбором пропорции крышки, отличной от пропорции саркофага, поскольку для нее есть две подходящие дроби — 5/8 (ε = 0,89 %) и 13/21 (ε = 0,076 %). Погрешность первой представляется слишком большой для гранитного изделия таких размеров, поэтому вторая наиболее вероятно была заложена в ее пропорциях. Видимо, крышка делалась позже саркофага, и архитектор счел достаточно важным сделать крышку с этой пропорцией, чтобы отойти от пропорции самого саркофага. При этом в размеры саркофага могли заложить и пропорцию 5/8, которая является подходящей дробью для отношения его высоты к ширине к (39,2 д. / 62,4 д.) с погрешностью в 0,5 % (*Hamilton* 2017: 46). Возникает вопрос: не был ли изменен первоначальный проект крышки в связи с нахождением дроби 13/21 для φ?

Приведенные факты являются доводами за знание золотого сечения в Древнем Египте, хотя, возможно, и без понимания всех его свойств. Но остается вопрос, как оно впервые проникло в его архитектуру? Самый простой способ — использование вписанного в полукруг квадрата при проектировании мастабы, погребального или дворцового комплекса. Анализ комплекса пирамид в Гизе, выполненный на основании измерений и чертежей M&R (*M&R* 1962), изображенный на рис. 9, поддерживает эту версию. Отметим, что этот вариант анализа взаимного расположения пирамид Гизы значительно отличается от приводимого во «Всеобщей истории архитектуры» (*ВИА* 1970: 145, рис. 150).

Результаты анализа:

1. Прямоугольник внутренней части «заднего прицепа» («back sight») пирамиды Микерина (*ABCD*) имеет пропорцию 0,62 или 13/21[14].

2. Отношение расстояния от северной стороны пирамиды Хефрена до линии южной стороны пирамиды Хеопса (*FG*) к стороне пирамиды Хефрена равно примерно 8/13.

3. Отношение расстояния от западной стороны пирамиды Хефрена до линии оси *S*–*N* пирамиды Микерина (*HI*) к стороне пирамиды Хефрена равно примерно 8/13.

4. Отношение расстояния от восточной стороны пирамиды Микерина до входа в его заупокойный храм (*KL*), совпадающего с расстоянием до ограждения пирамиды Хефрена, к стороне пирамиды Микерина равно φ. Отметим, что различия в измерении длины основания пирамиды Микерина разными исследователями вносят сложность для более точного утверждения.

5. Для отношения размеров прямоугольника *MNOP* (354:575 м) есть подходящая дробь 8/13 (ε = 0,04 %).

6. Для отношения размеров прямоугольника *RSOP* (739:575 м) есть подходящая дробь 9/7 (ε = 0,04 %).

Пропорция «заднего прицепа» *ABCD* рассчитана по северной стене, которая на чертежах несколько длиннее южной (*M&R* 1962: 4). Возможно, во время измерений M&R угловая часть южной стены была разрушена, а изначально она была по длине, как северная. Относительные положения пирамид Хефрена и Микерина (*FG* и *HI*), как и положение входа в заупокойный храм (*KL*), могли задаваться только вписыванием квадрата основания пирамид в полукруги, без определения отношения возникающих расстояний к длинам основания пирамид. Но использование вписывания основания пирамид в полукруг для определения взаимного положения пирамид в Гизе было ассиметричным, с вниманием только к одной стороне, без введения в тему пропорции √5:1, что уже выделяет золотой прямоугольник и говорит о применении первой половины построения рис. 2.

Если длина *MN* определялась построением точки *I*, то пропорции прямоугольника *MNOP* (8/13) — случайность, и наоборот. Здесь важен вопрос: заметили архитекторы пирамиды Микерина, которые выбором места ее возведения задавали пропорции всему комплексу, эту случайность? Пропорция прямоугольника *RSOP*, совпадающая с наклоном пирамиды жены Микерина, является доводом за подсчет и пропорции прямоугольника *MNOP*. Хочется отметить, что подобные «случайности», осмысленные в контексте общего архитектурного подхода, достаточно часто встречаются при анализе архитектуры, чтобы обратить на них внимание. Гипотеза «*специально выбрано так, чтобы произошло совпадение*» стоит отдельного рассмотрения. Если архитекторы заметили его, то могли счесть знаком верности подхода в пропорционировании комплекса, поскольку не могли еще осознать его «случайность». Это произвело бы очень сильное впечатление, могло вселить уверенность в правильности сделанного выбора.

Использование для задания пропорций прямоугольника *RSOP*, образованного осями пирамид Хеопса и Микерина, той же дроби, что и для наклона пирамиды жены Микерина, если это не случайное совпадение, говорит, что она была найдена еще до строительства пирамиды Микерина, но не использована в ней. Возможно, вариант, воплощенный в ней, представился важнее, чтобы дробь 9/7 «отдать» пирамиде жены. Отметим, что пирамиды Микерина и его жены — единственная пара в Гизе, у которых наклоны не совпадают.

[14] Какая из них была использована, зависит от анализа площадки. Если ее длина окажется кратной 50 или 100 известных мерных единиц длины, то задавалась десятичная дробь 0,62.

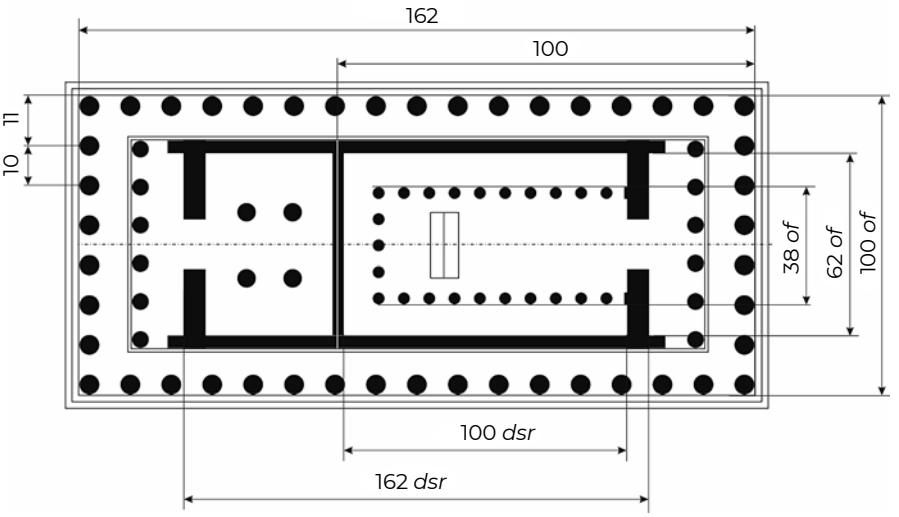

Рис. 10. Золотое сечение в пропорциях Парфенона (чертеж автора)

Не является ли это следствием придачи большого значения сразу двум вариантам, которые хотелось воплотить в пропорциях пирамид? Но египетский равнобедренный треугольник 5:8 нельзя назвать такой уж большой находкой для того времени, в отличие от квазипифагоровой тройки (20, 25, 32). Но есть повод сомневаться в находке тройки чисел (20, 25, 32). Длина основания пирамиды оценивается в 105,5 ± 0,1 м (Петри (*Hamilton* 2020: 17)), 108,4 м (*Замаровский* 1981: 291) или 109 м (Британника), т.е. 201, 208, 209 *rc*. В этом случае квазипифагорова тройка (20, 25, 32) не появляется, и причина предпочтения наклона в 5/4 над 9/7 не видна. К тому же есть явная проблема в определении наклона пирамиды Микерина, поскольку измерения дают разброс от 50° 30’ до 52° 13’ (*Hamilton* 2020: 18). То есть ее наклон может быть как любым дробным приближением к √5 — 1, что дает для отношения высоты пирамиды к диагонали ее основания приближение к φ, так и 14/11 и 9/7 (наименее вероятный, но возможный). Этот разброс значений угла наклона позволяет предложить два новых варианта анализа пирамиды Микерина.

1. Робинс определяет наклон в 14/11 (*Robins* 1990). В этом случае можно предположить использование пары известных модулей, геометрически связанных пропорцией √Ф. Во-первых, могли взять пару модулей (*rc*, √Ф*rc*), которая использовалась в Великой. В этом случае длина основания могла быть равна и 208 *rc*. И, во-вторых, если взять длину основания, которую предлагает энциклопедия Британника, то она равна 220 mH_4. Тогда ее высота равна 110 mH_1. Выше использование пары (mH_1, mH_4) было обнаружено при анализе пирамиды жены Хеопса. Здесь, как и ранее в погребальном комплексе Джосера, в пирамидах Снофру в Мейдуме и в Великой, основание получается пропорциональным 220 у.е. Комплект модулей Хесира использовался во времена фараона Микерина, что подтверждается размерами существующей статуэтки фараона и его жены (*Ковалев* 2021: 44).

2. Петри, пользуясь множеством разнообразных методов измерений, предложил угол наклона (α) в 51° 10’, для которого Лауэр определил наклон в 5/4 (α = 51° 20’ 25”) (*Лауэр* 1966: 218). Но ближе к варианту Петри наклон в 26/21 с α = 51° 04’ 21”. Этот вариант укладывается в обмер наклонов шести одиночных гранитных блоков: 51° 0’ ± 9’, сдвинутых с места, что не позволяет утверждать, что они изначально стояли на горизонтальной поверхности (*Hamilton* 2020: 18). В этом случае равнобедренный треугольник, образованный апофемой и основанием, имеет пропорцию 13/21 — как у площадки *ABCD* за пирамидой (и, возможно, как у прямоугольника перед пирамидой, образованного отрезком *KL* и стороной пирамиды (рис. 9)). Принять наклон в 26/21 мешает традиционное представление, что или наклоны ребер (граней) выражались отношением небольших чисел (Лауэр), или секед получался равным

целому числу пальцев (Робинс). Но, учитывая написанное выше и то, что при строительстве Великой использовалась пара геометрически связанных модулей, без знания, что ее секед «хороший», во времена строительства пирамид Гизы секед еще не появился. Это мнение поддерживается фактом «плохого» секеда у многих более поздних пирамид вплоть до XII династии, как, например, у вышерассмотренной пирамиды из V династии, с наклоном в 16/13. Как при возведении Великой пользовались парой модулей, так и в пирамиде Микерина могли использовать пару: царский локоть в 21 большой палец (дюйм) и второй в 26 дюймов. В этом случае длина основания могла быть равна и 208 *rc*. Отметим, что в указанный выше диапазон обмеров шести отдельных блоков попадает и наклон в 16/13, для которого h/a = 8/13 — пропорция многих выделенных выше прямоугольников комплекса пирамид в Гизе. Этот вариант интересен еще тем, что $208 = 2^4 \cdot 13$, и высота пирамиды равна 2^7 *rc*. Напомним, что 7 — число Осириса.

Если эти рассуждения верны, то, несмотря на отсутствие определенности с наклоном пирамиды Микерина, увеличивается вероятность, что пропорция прямоугольника *RSOP* — не случайность, а часть замысла, определившего положение пирамиды Микерина. Одновременно это говорит о большем значении, которое придавали дроби 9/7. Видимо, она была первой достойной находкой дробного приближения к искомой пропорции в √Ф.

ГРЕЦИЯ

Что могло подтолкнуть архитекторов Древней Греции к введению золотого сечения в пропорции храма и скульптур, если оно не было перенятой у Египта частью традиции? Можно предположить следующую последовательность для времени после Пифагора: додекаэдр как отражение структуры Вселенной — храма, где живут и правят боги — дает намек на пропорции этого величественного здания. Платон планом своего идеального города-государства, в котором каждому из 12 богов отведена своя часть, намекнул, что каждую грань додекаэдра могли соотносить с одним из богов. Но грань додекаэдра — правильный пятиугольник, где золотое сечение — основная его пропорция. А уже из плана храма, дома бога, эта пропорция могла перейти в скульптуры богов.

Существуют доводы за возможное использование золотого сечения в храме Гефеста, строительство которого было отложено из-за Парфенона (*Ковалев* 2023: 31). В нем φ предположительно используется в качестве добавки к 5 в пропорции h_k/d, где h_k — высота колонны. В последующем это φ разбивается на пропорциональные слагаемые φ^2 и φ^3, где φ^2 равно отношению высоты капители к *d*, а взятые для φ, φ^2 и φ^3 дроби (11/18, 7/18 и 4/18) соответствуют приближению 20/9 для √5, примененному в этом храме для отношения высоты колонны к шагу между колоннами (*D*). Причем выбор дроби 20/9 обусловлен желанием задать высоту колонны, равную целому числу футов (*mf*), поскольку ранее в проекте получилось, что *D* = 9 *mf* (*Ibid*). Такое почти изощренное применение золотого сечения говорит об уже развитом отношении к этой пропорции, допускающем варьирование.

Полноценный анализ реконструкции Парфенона на предмет использования в нем золотого сечения выходит за рамки этой статьи, отчасти из-за ограничений на допустимый ее объем. Но некоторые его пропорции действительно хорошо описываются золотым сечением. На рис. 10 приведена часть находок Чернова (*Чернов* 2009) и автора этой статьи в горизонтальном плане храма. Использовано три модуля: олимпийский фут (*of*), равный 308,75 мм; *m* = 429 мм (72 *m* = 100 *of*), найденный по разработанной для периптеров общей методике (*Щетников* 2016) (единственный модуль, в котором *L*, *l*, *D*, *h* одновременно являются целыми числами; размеры на рисунке без букв), и египетский *dsr* в 298 мм[15]. Напомним: $62 \approx 100 \cdot \varphi$ и $38 \approx 100 \cdot \varphi^2$. Приведенные факты, а также выражение многих других размеров храма в целых числах этих модулей, толкают высказать гипотезу об использовании в Парфеноне комплекта модулей, а не одного, как принято считать, следуя трактату Витрувия.

После Парфенона Иктин проектирует храм Аполлона в Бассах, для отношения размеров стилобата которого,

[15] Бриго выделяет модуль в 298 мм, но не отождествляет его с египетским *dsr* и не интерпретирует присутствие в размерах 100 и 162 *dsr* как проявление использования золотого сечения (*Brigo* 2008).

l : *L* = 14,63 : 38,29 м (*ВИА* 1973: 230), есть походящие дроби: 8/21 (ε = 0,3 %); 13/34 (ε = 0,07 %) и 34/89 (ε = 0,016 %). В этих дробях — числа Фибоначчи, а приведенные их отношения — все более улучшающиеся приближения к φ^2. При этом шаг между колоннами на торцевом и продольном фасадах выбран немного разным, что освобождает пропорции стилобата от зависимости от отношения *D* к *l* (*Ковалев* 2023: 27, 28). Можно предположить, что это различие шагов сделано специально, чтобы приравнять *l*/*L* заранее выбранной дроби.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

ВИА 1970 — *Всеобщая история архитектуры*: в 12 т. Т. I. Архитектура древнего мира. 2-е изд., испр. и доп. М.: Стройиздат, 1970.

ВИА 1973 — *Всеобщая история архитектуры*: в 12 т. Т. II. Архитектура античного мира (Греция и Рим). М.: Изд-во литературы по строительству, 1973.

Замаровский 1981 — *Замаровский В.* Их величества пирамиды. М.: Наука, 1981.

Ковалев 2021 — *Ковалев А.Н.* Эволюция системы модулей в контексте истории математики. Появление царского локтя в Древнем царстве Египта // Вопросы всеобщей истории архитектуры. № 2 (17). 2021. С. 33–46.

Ковалев 2022 — *Ковалев А.Н.* Эволюция системы модулей в контексте истории математики. Фут и дюйм в Древнем царстве Египта // Вопросы всеобщей истории архитектуры. № 1 (18). 2022. С. 23–37.

Ковалев 2023 — *Ковалев А.Н.* К реконструкции трех дорических периптеров V века до н. э. // Вопросы всеобщей истории архитектуры. № 1 (20). 2023. С. 26–34.

Лауэр 1966 — *Лауэр Ж-Ф.* Загадки египетских пирамид. М.: Наука, 1966.

Михаловский 1970 — *Михаловский* К. Карнак. Серия «Искусство и культура древнего мира». Варшава: Изд-во «Аркады», 1970.

Радзюкевич 2004 — *Радзюкевич А.В.* Методические основы проведения пропорционального анализа форм памятников архитектуры: дис. … канд. арх. Новосибирск, 2004.

Радзюкевич 2014 — *Радзюкевич А.В.* К вопросу о научном изучении пропорций в архитектуре и искусстве // Ползуновский вестник. № 1. 2014. С. 159–164.

Радзюкевич 2015 — *Радзюкевич А.В., Марченко Ю.Г.* К вопросу о размерах и пропорциях пирамиды Хеопса // Вестник ТГАСУ. № 1. 2015. С. 9–22.

Чернов 2009 — *Чернов А.Ю.* Золото Парфенона. URL: http://chernov-trezin.narod.ru/Parfenon-1.htm (дата обращения: 07.05 2024).

Шевелев 1986 — *Шевелев И.Ш.* Принцип пропорции. О формообразовании в природе, мерной трости древнего зодчего, архитектурном образе, двойном квадрате и взаимопроникающих подобиях. М.: Стройиздат, 1986.

Щетников 2007 — *Щетников А.И.* Лука Пачоли и его трактат «О божественной пропорции». Приложение к репринтному изданию 1509 г. // Математическое образование. № 1 (41). 2007. С. 33–44.

Щетников 2009 — *Щетников А.И.* Золотое сечение, квадратные корни и пропорции пирамид в Гизе // Историко-математические исследования. № 13 (48). 2009. С. 198–216.

Щетников 2016 — *Щетников А.И.* Разметка стилобата Парфенона и других дорических храмов Аттики. Новосибирск: Новая школа, 2016. URL: https://classics.nsu.ru/schole/assets/files/10-1-shet-2.pdf (дата обращения: 07.05 2024).

Ad Quadratum 2003 — The geometry of Romanesque and Gothic cathedrals / *Ad Quadratum:* The Application of Geometry to Medieval Architecture (Book Review) // Architectural Science Review. Vol. 46. Issue 3. 2003. P. 337–338.

Arnheim 1977 — *Arnheim R.* The dynamics of architectural forms, Berkeley. London: University of California Press, 1977.

Brigo 2008 — *Brigo R.* La matematica e l'architettura del Partenone BABESCH Vol. 83. 2008. P. 99–105.

Hamilton 2017 — *Hamilton K.* Mastaba 17 at Meidum // A Layman's guide. 22 November. 2017. URL: https://www.researchgate.net/publication/321276081_Mastaba_17_at_Meidum_A_Layman's_guide (дата обращения: 07.05 2024).

Hamilton 2020 — *Hamilton K*. The Pyramid of Menkaure at Giza // Layman's Guide. 2nd December. 2020. URL: https://www.academia.edu/44619064/The_Pyramid_of_Menkaure_at_Giza_A_Laymans_Guide (дата обращения: 07.05 2024).

Janosi 1992 — *Janosi P*. Das Pyramidion Der Pyramide G Iii-A // Studia Aegyptiaca, V. XIV. Budapest, 1992. P. 301–308.

Lawlor 1982 — *Lawlor R*. Sacred Geometry, Philosophy and Practice. London: Thames and Hudson, 1982.

M&R 1962 — *Maragioglio V., Rinaldi C*. L'architettura delle Piramidi Menfite. Pt. VI. Tavole Torino, 1962.

Robins 1990 — *Robins G., Shute C.C.D.* Irrational Numbers and Pyramids. Discussions in Egyptology 18. 1990. P. 43–53.

Rossi 2003 — *Rossi C*. Architecture and mathematics in Ancient Egypet. Cambridge University press, 2003.

REFERENCES

Zamarovskii V. *Ikh velichestva piramidy* (*Their Majesties Pyramids*). Moscow: Nauka Publ., 1981 (in Russian).

Kovalev A.N. Evoliutsiia sistemy modulei v kontekste istorii matematiki. Poiavlenie tsarskogo loktia v Drevnem tsarstve Egipta (Evolution of the system of modules in the context of the history of mathematics. The appearance of the royal cubit in the ancient kingdom of Egypt). *Voprosy vseobshchei istorii arkhitektury (Questions of the History of World Architecture),* vol. 17, 2021, pp. 33–46 (in Russian).

Kovalev A.N. Evoliutsiia sistemy modulei v kontekste istorii matematiki. Fut i diuim v Drevnem tsarstve Egipta (Evolution of the system of modules in the context of the history of mathematics. Foot and inch in the Old Kingdom of Egypt). *Voprosy vseobshchei istorii arkhitektury (Questions of the History of World Architecture),* vol. 18, 2022, pp. 23–37 (in Russian).

Kovalev A.N. K rekonstruktsii trekh doricheskikh peripterov V veka do n.e. (Towards the reconstruction of three Doric peripteri of the 5th century BC). *Voprosy vseobshchei istorii arkhitektury (Questions of the History of World Architecture),* vol. 20, 2023, pp. 26–34 (in Russian).

Radzyukevich A.V. K voprosu o nauchnom izuchenii proportsii v arkhitekture i iskusstve (On the issue of the scientific study of proportions in architecture and art). *Polzunovskii vestnik (Polzunovskij bulletin)*, no. 1, 2014, pp. 159–164 (in Russian).

Radziukevich A.V., Marchenko Iu.G. K voprosu o razmerakh i proportsiiakh piramidy Kheopsa (On the question of the size and proportions of the Cheops pyramid). *Vestnik TGASU* (*Bulletin of TGASU*), 2015, no. 1, pp. 9–22 (in Russian).

Shevelev I.Sh. *Printsip proportsii. O formoobrazovanii v prirode, mernoi trosti drevnego zodchego, arkhitekturnom obraze, dvoinom kvadrate i vzaimopronikaiushchikh podobiiakh* (*The principle of proportion. About shaping in nature, the measuring stick of the ancient architect, the architectural image, the double square and the interpenetrating similarities*). Moscow: Stroyizdat Publ., 1986 (in Russian).

Shhetnikov A.I. Luka Pacholi i ego traktat «O bozhestvennoi proportsii». Prilozhenie k reprintnomu izdaniiu 1509 g. (Luca Pacioli and his treatise On Divine Proportion, Supplement to the reprinted edition of 1509). *Matematicheskoe obrazovanie* (*Mathematics education*), no. 1 (41), 2007, pp. 33–44 (in Russian).

Shchetnikov A.I. Zolotoe sechenie, kvadratnye korni i proportsii piramid v Gize (The Golden Ratio, square roots, and the proportions of the pyramids at Giza). *Istoriko-matematicheskie issledovaniia (Historical and mathematical research)*, vol. 13 (48), 2009, pp. 198–216 (in Russian).

The geometry of Romanesque and Gothic cathedrals / Ad Quadratum: The Application of Geometry to Medieval Architecture (Book Review). *Architectural Science Review*, vol. 46, Issue 3, 2003, pp. 337–338.

Brigo R. La matematica e l'architettura del Partenone. *BABESCH*, vol. 83, 2008, pp. 99–105.

Hamilton K. Mastaba 17 at Meidum. *A Layman's guide*, 22 November, 2017. URL: https://www.researchgate.net/publication/321276081_Mastaba_17_

at_Meidum_A_Layman's_guide (accessed: 07.05.2024).
Hamilton K. The Pyramid of Menkaure, at Giza. *Layman's Guide*, 2nd December, 2020. URL: https://www.academia.edu/44619064/The_Pyramid_of_Menkaure_at_Giza_A_Laymans_Guide (accessed: 07.05.2024).
Janosi P. Das Pyramidion Der Pyramide G Iii-A. *Studia Aegyptiaca*, V. XIV. Budapest, 1992, pp. 301–308.
Robins G., Shute C.C.D. Irrational Numbers and Pyramids. *Discussions in Egyptology,* vol. 18, 1990, pp. 43–53.
Rossi C. *Architecture and mathematics in Ancient Egypet*. Cambridge University press, 2003.